

Вопросы для подготовки к дифференцированному зачету.

1. Определение матрицы. Действия над матрицами, их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители n -го порядка. Свойства определителей. Вычисление определителей.
3. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы.
4. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений.
5. Определитель системы n - линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
6. Решение системы n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса.
7. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства.
8. Координаты вектора. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов.
9. Прямые на плоскости: уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой проходящей через две данные точки, параметрические уравнения, уравнение в канонической форме.
10. Кривые 2-го порядка.
11. Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над комплексными числами в алгебраической форме.
12. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексных чисел.
13. Тригонометрическая форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы к тригонометрической и обратно.
14. Показательная форма комплексного числа. Переход от алгебраической формы к показательной и обратно.
15. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.
16. Числовая последовательность и её предел. Предел функции на бесконечности и в точке. Основные теоремы о пределах.
17. Первый и второй замечательные пределы.
18. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Вычисление пределов функций и последовательностей.
19. Определение производной функции, её геометрический и физический смысл. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции.
20. Правила и формулы дифференцирования. Производные сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталья.
22. Исследование функций с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функций.
23. Выпуклость графика функций. Точки перегиба. Асимптоты.

24. Определение неопределенного интеграла, его свойства. Таблица основных интегралов.

25. Метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

26. Интегрирование рациональных функций в неопределенном интеграле.

27. Интегрирование некоторых иррациональных функций в неопределенном интеграле.

28. Универсальная подстановка в неопределенном интеграле.

29. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона – Лейбница. Вычисление определенного интеграла.

30. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.

31. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Понятие несобственных интегралов от неограниченных функций.

32. Приложения определенного интеграла в геометрии. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.

33. Определение обыкновенных дифференциальных уравнений. Общее и частное решение. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные уравнения 1-го порядка.

34. Уравнения, приводящиеся к однородным дифференциальным уравнениям. Линейные однородные и неоднородные уравнения 1-го порядка.

35. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.

36. Линейные однородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

37. Линейные неоднородные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения степеней.

38. Определение числового ряда, сумма ряда, остаток ряда. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости рядов.

39. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости.

40. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

41. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.

42. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд. Ряды Фурье.

43. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешность. Приближенные вычисления.

44. Приближенное вычисление определенных интегралов.

45. Приближенное решение дифференциальных уравнений: метод Эйлера.

Практические задания:

1. Привести к каноническому виду матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти определители матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

4. Вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислите определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 8 \\ -1 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Показать, что матрица A является обратной для B, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -3 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Решить систему, применяя формулу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 0, \\ x_1 + 3x_2 = 7. \end{cases}$$

8. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

9. Найти длину вектора

$$\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b}, \text{ если } |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3,$$

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}.$$

10. Дана точка $M(-1; \sqrt{3})$. Найти полярные координаты точки M .

11. Лежат ли точки $K(-2; 1)$ и $M(1; 1)$ на линии $2x + y + 3 = 0$.

12. Привести уравнение $-3x + 4y + 15 = 0$ к нормальному виду.

13. Установить вид кривой второго порядка, заданной уравнением $4x^2 + 5y^2 + 20x - 30y + 10 = 0$.

14. Установить вид кривой второго порядка, заданной уравнением $x^2 + 10x - 2y + 11 = 0$.

15. Показать, что функция

$$f(x) = (x - 1)^2 \cdot \sin^3 \frac{1}{x - 1}$$

при $x \rightarrow 1$ является бесконечно малой.

16. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 7).$$

17. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 14x - 32}{x^2 - 6x + 8}.$$

18. Вычислить

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{4x^2 + 2x + 5}.$$

19. Найти пределы

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

20. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x.$$

21. Найти точки разрыва функции и определить их тип, если

$$f(x) = \frac{|x - 3|}{x - 3}.$$

22. Найти производную функции

$$y = \log_2^3 \operatorname{tg} x^4.$$

23. Пользуясь правилом дифференцирования обратной функции найти производную для функции

$$y = \sqrt[3]{x - 1}.$$

24. Найти производную функции

$$y = 7^{x^2 - 4x}.$$

25. Найти производную функции

$$y = \ln(x^4 - 2x^2 + 6).$$

26. Показать, что функция

$$y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x^2} + C$$

удовлетворяет уравнению

$$x^3 \cdot y' + 1 = x^4.$$

27. Найти дифференциал функции

$$f(x) = 3x^2 - \sin(1 + 2x).$$

28. Найти приближенное значение приращения функции

$$y = x^3 - 2x + 1 \text{ при } x = 2 \text{ и } \Delta x = 0,001.$$

29. Какой путь пройдет тело при свободном падении на Луне за 10,04 с от начала падения. Уравнение свободного падения тела

$$H = \frac{g_{\text{л}} \cdot t^2}{2}, \quad g_{\text{л}} = 1,6 \text{ м/с}^2.$$

30. Найти частные производные функции

$$z = 2y + e^{x^2 - y} + 1.$$

31. Вычислить приближенно $1,02^{3,01}$.

32. Найдите пределы, применив правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \ln x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2}.$$

33. Исследовать функцию на возрастание и убывание, если
 $f(x) = x^3 - 3x - 4$

34. Найти экстремум функции

$$y = \frac{x}{3} - \sqrt[3]{x^2}.$$

35. Найти наибольшее и наименьшее значения функции
 $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 1$ на отрезке $[-2; 1]$.

36. Исследовать на выпуклость и точки перегиба график функции
 $y = x^5 - x + 5$.

37. Найти интегралы:

$$\int (2x^4 - 3x^2 + x - 5) dx \quad \int \frac{x+1}{x} dx.$$

38. Найти интегралы, применив формулу замены переменных:

$$\int e^{\frac{x}{4}} dx \quad \int x \cdot \sqrt{x-3} dx.$$

39. Найти интегралы, применив метод интегрирования по частям:

$$\int (2x+1)e^{3x} dx \quad \int x^2 e^x dx.$$

40. Найти интегралы, применив формулу интегрирования по частям для определенного интеграла:

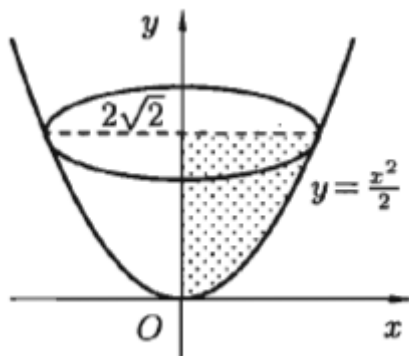
$$\int_1^e x \ln x dx \quad \int_0^{\pi} x \sin x dx.$$

41. Найти площадь фигуры, ограниченной осью OX и графиком функции
 $y = x^2 - 2x$ при $x \in [0; 3]$.

42. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{x^2}{2}, x = 0, y = 2\sqrt{2} \text{ вокруг оси } Oy$$

Решить задачу при помощи рисунка:



43. Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения, если скорость тела

$$v(t) = 10t + 2 \text{ (м/с)}.$$

44. Найти общий интеграл уравнения

$$x \cdot dx + y \cdot dy = 0.$$

45. Решить уравнение

$$(y + xy) \cdot dx + (x - xy) \cdot dy = 0.$$

46. Найти общий интеграл уравнения

$$(x^2 - y^2) \cdot dx + 2xy \cdot dy = 0.$$

47. Проинтегрировать уравнение

$$y' + 2xy = 2x.$$

48. Решить уравнение