

Практическое занятие №4

Тема: «Решение систем линейных уравнений методом Гаусса».

Цель: научиться применять метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы

Метод Гаусса или *метод исключения неизвестных* состоит в последовательном исключении во втором уравнении первой неизвестной, в третьем уравнении первой и второй неизвестных и т. д. Пока не получится система треугольного или трапецидального вида.

При решении методом Гаусса удобно (но вовсе не обязательно), чтобы первый элемент первой строки расширенной матрицы системы равнялся единице.

Метод Гаусса работает в два этапа: прямой ход и обратный.

Прямой ход метода Гаусса имеет своей целью приведение расширенной матрицы системы к ступенчатому виду. Есть ли решения у системы (система совместна) или же решений нет (система несовместна) выяснится именно здесь, в конце прямого хода метода Гаусса.

В результате решения СЛАУ методом Гаусса получается диагональная матрица вида: где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ и есть искомые решения системы линейных уравнений.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 100 & \dots & 0 & \alpha_1 \\ 010 & \dots & 0 & \alpha_2 \\ & & \dots & \\ 00 & \dots & 01 & \alpha_n \end{array} \right)$$

Задание 1.

Найдите решение СЛАУ, применив метод Гаусса.

№1.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3; \\ 2x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

№2.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3; \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

№3.

$$\begin{cases} 2x_2 + x_3 = -4; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -3; \\ 2x_1 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

№4.

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 7; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

№5.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -1; \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 13; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$$

№6.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 5 = 0; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 1 = 0; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 11 = 0. \end{cases}$$

№7.

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 15; \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13; \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14. \end{cases}$$

№8.

$$\begin{cases} x_1 - 10x_2 + 3x_3 = 51; \\ 3x_1 - 26x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 141; \\ -5x_1 + 47x_2 - 15x_3 + 5x_4 = -225; \\ 6x_2 + 2x_3 - 7x_4 = -49; \\ x_1 - 16x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 111. \end{cases}$$

Контрольные вопросы:

1. Определение системы линейных уравнений
2. Понятие обратной матрицы, ее свойства
3. Охарактеризуйте метод Гаусса для решения систем линейных уравнений