

Практическое занятие №29

Тема: «Вычисление объемов тел, полученных путем вращения вокруг оси Ox ».

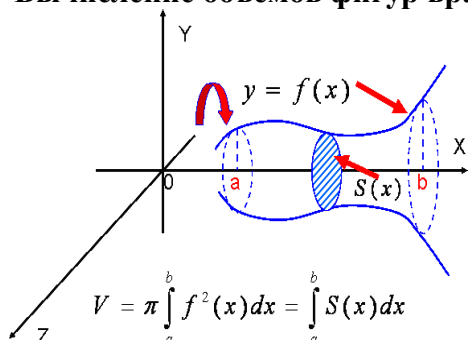
Цель: приобретение практических навыков по нахождению методами интегрального исчисления площадей плоских фигур и объемов тел вращения.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы Теоретические сведения

Вычисление объемов фигур вращения вокруг оси Ox



Рассмотрим объемную фигуру, полученную в результате вращения вокруг оси Ox криволинейной трапеции, которая в свою очередь является плоской фигурой, ограниченной графиками функций:

$$x = a, x = b, y = 0 \text{ и } y = f(x).$$

$S(x)$ - площадь пересечения объемного тела плоскостью, которая проходит через точку промежутка $[a; b]$ и перпендикулярна оси Ox .

Объем полученного тела вращения вычисляется так:

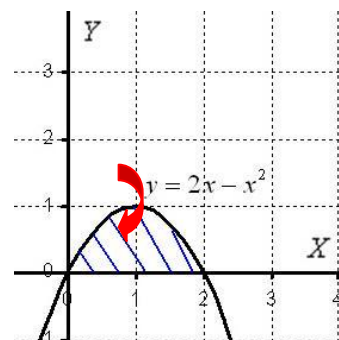
ПРИМЕР. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$y = 2x - x^2, y=0 \text{ вокруг оси } Ox.$$

Решение:

Заштрихована фигура вращается вокруг оси Ox . В результате вращения получается эллипсоид. Вычислим объем тела вращения

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$$



Задания для самостоятельного решения.

Задание: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

7.	$y = x^3, x = -2, x = 1, y = 0.$	10.	$y = x + 3, y = x^2 + 1.$
8.	$y = 2x - x^2, y = x.$	11.	$y = x^2, x = 1, x = 3, y = 0.$
9.	$x = \sqrt{y}, y = 1, y = 4, x = 0.$	12.	$y = \frac{1}{2}x^2, y = 4 - x.$

Задание: Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

13.	$y = -x^2 + 8x - 16;$ $y = x^2 - 4x.$	16.	$y = -1,5x^2 + 9x - 7,5,$ $y = -x^2 + 6x - 5$
14.	$y = x^2,$ $y = 2 - x^2$	17.	$y = x^2 - 4x + 6,$ $y = 4x - x^2.$
15.	$y = -x^2 + 2x + 3;$ $y = x^2 - 6x - 7.$	18.	$y = x^2 - 2x + 2;$ $y = -x^2 + 4x + 2.$

Задание: Вычислить объем тела:

19.	Полученного при вращении вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \frac{4}{x}$, прямыми $x = 3, x=12$ и осью абсцисс.	22.	Полученного при вращении вокруг оси Oy трапеции, образованной прямыми $y = 3x, y = 2, y=4$ и осью ординат.
20.	Образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной кривой $y = x^3$ и отрезком $0 \leq y \leq 8$ оси ординат.	23.	Образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной одной полуволевой синусоиды $y = \sin x$ и отрезком $0 \leq x \leq \pi$ оси абсцисс.
21.	Полученного при вращении вокруг оси Ox трапеции, образованной прямыми $y = 0,5x, x = 4, x=6$ и осью абсцисс.	24.	Полученного от вращения кривой $y = \frac{x^2}{4}$ вокруг оси Oy в пределах от $y = 1, y=5$.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение неопределенного интеграла.
2. Запишите основные правила интегрирования.
3. Дайте определение определенного интеграла.
4. Запишите основные свойства определенного интеграла.
5. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.