Практическое занятие №28

Тема: «Интегрирование методом замены переменной в определенном интеграле».

Цель: научиться вычислять определенные интегралы, используя метод замены переменной.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы

Теоретические сведения

Методы вычисления определенного интеграла

<u>Метод замены переменной (метод подстановки)</u>

При вычислении определенного интеграла методом подстановки новая переменная вводится подобно случаю неопределенного интеграла. Однако в отличие от неопределенного интеграл а, где в полученном результате мы снова возвращались к прежнему переменному, здесь этого делать не надо.

Пример. Вычислить $\int_1^2 (2x-1)^3\,dx$

Решение. Введем новую переменную интегрирования с помощью подстановки $2x-1=t$. Дифференцируя, имеем:

$$d(2x-1)=dt,$$

$$(2x-1)'\,dx=dt,$$

$$2dx=dt \Rightarrow dx=\frac{1}{2}dt$$

Находим новые пределы интегрирования. Для этого подставим в соотношение $2x-1=t$ значения x = 1 и x = 2, соответственно получим: $t_н=2\cdot1-1=1$

$t_в=2\cdot2-1=3$

Следовательно,

$$\int_1^2 (2x-1)^3\,dx = \frac{1}{2}\int_1^3 t^3\,dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}t^4\Big|_1^3=\frac{1}{8}(3^4-1^4)=\frac{80}{8}=10$$

Задания для самостоятельного решения.

Вычислить определенный интеграл методом замены переменной

а) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$, б) $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}}dx$, в) $\int_1^3 x^3\sqrt{x^2-1}\,dx$, г) $\int_0^{\pi/2}\cos^3 3x\sin 6x\,dx$,

д) $\int_{\pi/4}^{\pi/3}\mathrm{tg}^4 x\,dx$, е) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}$, ж) $\int_0^{\pi/2}\frac{dx}{2\cos x+3}$.

Контрольные вопросы:

1. Что называют определенным интегралом функции $f(x)$?
2. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
3. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$.
4. Сформулируйте необходимое и достаточное условия интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

5. Запишите свойства определенного интеграла.
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.