Практическое занятие №22

Тема: «Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка».

Цель: Научиться решать линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы

Теоретические сведения

Линейным дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение вида $y' = f(x)y + g(x)$

где $f(x)$ и $g(x)$ - некоторые заданные функции.

Если $g(x)=0$ то линейное дифференциальное уравнение называется однородным и имеет вид: $y' = f(x)y$

Если $g(x) \neq 0$, то уравнение $y' = f(x)y + g(x)$ называется неоднородным.

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения $y' = f(x)y$ задается формулой: $y = Ce^{\int f(x)dx}$, где C – произвольная постоянная.

В частности, если $C =0$, то решением является $y = 0$ Если линейное однородное уравнение имеет вид $y' = ky$ где k - некоторая постоянная, то его общее решение имеет вид: $y = Ce^{kx}$.

Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения $y' = f(x)y + g(x)$ задается формулой $y = Ce^{\int f(x)dx} + \varphi(x)$,

т.е. равно сумме общего решения соответствующего линейного однородного уравнения и частного решения $y = \varphi(x)$ данного уравнения.

Для линейного неоднородного уравнения вида $y' = kx + b$,

где k и b- некоторые числа и $k \neq 0$ частным решением будет являться постоянная функция $y = -\frac{b}{k}$. Поэтому общее решение имеет вид $y = Ce^{kx} - \frac{b}{k}$.

Задания для самостоятельного решения.

Задание 1.

1. $xy' - y = x^5$
2. $xy' - 2y = \ln x$
3. $y' + y\,\mathrm{tg}\,x = \dfrac{1}{\cos x}$
4. $y' - y = \dfrac{e^x}{x^2}$
5. $(x^2+1)y' - 2xy = 3(x^2+1)^4$
6. $(y-x)y' = 1$

Задание 2.

1. $y' + \dfrac{2y}{x} = x^2 + 3$
2. $y' - \dfrac{y}{x+5} = (x+5)^2$
3. $y' + 3y = e^{6x}$
4. $2xy' - y = x - 7$
5. $xy' + y = 2x\ln x, \quad y(1) = 1$
6. $y'(2x + y^3\cos y) = y$

Контрольные вопросы:

1. Каков общий вид линейного дифференциального уравнения 1-го порядка?
2. Какие из перечисленных уравнений являются линейными дифференциальными уравнениями 1-го порядка:

   а) $y' = \dfrac{\sin x}{y} + e^x$

   б) $(x+3)y' = \operatorname{arctg} x \cdot y + \sqrt{x^2+9}$

   в) $x^2 y' = \sqrt{1+y}\,\lg x + 3$

   г) $y' = \dfrac{y}{\sqrt{x+\sin x}} + \arcsin\dfrac{1}{x}$

3. Какая замена неизвестной функции производится при решении линейного дифференциального уравнения 1-го порядка?