

Практическое занятие № 4:

Вычисление вероятностей сложных событий.

Цель: решение задач на вычисление сложных событий, развитие логического и творческого мышления студентов, самостоятельной деятельности, вычислительных навыков.

Порядок выполнения работы.

Сложным событием называют наблюдаемое в опыте событие, которое может быть выражено через другие наблюдаемые в том же опыте события с помощью допустимых алгебраических операций. Вероятности сложных событий вычисляют с помощью формул умножения и сложения вероятностей:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B),$$
$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$

Число $P(B|A) = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)}$ называют условной вероятностью события В при условии, что событие А произошло, то есть это вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А произошло (аналогично определяется $P(A|B)$)

Два события А и В называются **независимыми**, если их условные и безусловные вероятности совпадают, то есть $P(A|B) = P(A)$.

События А и В называются **несовместными**, если они не могут произойти одновременно в одном опыте, то есть, если $A \cdot B = \emptyset$ (невозможное событие).

При использовании формул умножения и сложения вероятностей важно учитывать независимость событий (при применении формулы умножения) и несовместность событий (при применении формулы сложения).

Если события А и В независимы, то $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B|A)$

если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ независимы в совокупности, то $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$

Если события А и В несовместны, то $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ попарно несовместны, то $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

При вычислении вероятности события $A = \{\text{произошло хотя бы одно из событий } A_1, A_2, \dots, A_n \text{ независимых в совокупности}\}$ удобно пользоваться формулой $P(A) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot \dots \cdot P(\overline{A_n})$.

Пример. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках равны 0,6; 0,7 и 0,8.

Найдем вероятности того, что формула содержится:

1. только в одном справочнике;
2. только в двух справочниках;
3. во всех трех справочниках.

Как рассуждаем:

А — формула содержится в первом справочнике;

В — формула содержится во втором справочнике;

С — формула содержится в третьем справочнике.

Воспользуемся теоремами сложения и умножения вероятностей.

- $$P(\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC) = P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}BC) =$$
1. $= 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,188$
 2. $P(\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC) = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,452$
 3. $P(\overline{A}BC) = 0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,336$

Ответ: 1 — 0,188; 2 — 0,452; 3 — 0,336.

Вариант 1.

1. В пирамиде 10 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,85; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 25 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке — 15 ламп, из них 11 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,85, а второго — 0,95. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) — стандартная.

4. Набирая номер телефона, абонент забыл 2 цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что набранные цифры правильные.

5. Из 50 деталей 18 изготовлены в первом цехе, 20 — во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,95, второй цех — с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

Вариант 2.

1. В пирамиде 25 винтовок, 8 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,65. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 35 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке — 25 ламп, из них 10 стандартных. Из второй коробки наудачу взята

лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,7, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8.

5. Из 70 деталей 20 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех – с вероятностью 0,75. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

Вариант 3.

1. В пирамиде 30 винтовок, 12 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,75. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 50 радиоламп, из них 32 стандартных; во второй коробке – 25 ламп, из них 18 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,65, а второго – 0,85. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равна 8.

5. Из 30 деталей 8 изготовлены в первом цехе, 12 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,85, второй цех – с вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

Вариант 4.

1. В пирамиде 10 винтовок, 7 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.

2. В первой коробке содержится 45 радиоламп, из них 20 стандартных; во второй коробке – 15 ламп, из них 11 стандартных. Из второй коробки наудачу взята

лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,5, а второго – 0,95. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

4. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков больше, чем их произведение.

5. Из 80 деталей 28 изготовлены в первом цехе, 32 – во втором, остальные в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,95, второй цех – с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

Домашнее задание.

В первой урне 6 белых и 4 черных шара, а во второй урне 5 белых и 7 черных шаров. Из первой урны взяли 3 шара, а из второй – 2 шара. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров все шары одного цвета.

Контрольные вопросы:

1. Что называют полной группой событий?
2. Сформулируйте теорему умножения событий.
3. Сформулируйте теорему сложения событий.
4. Формула условной вероятности.
5. Формула полной вероятности.