

## Практическое занятие № 14 Построение полигона и гистограммы.

**Цель:** построение графиков вариационных рядов - полигона частот и гистограммы.

**Норма времени:** 2 часа.

**Оборудование:** тетрадь, ручка.

### Порядок выполнения работы.

#### *Краткая теория*

Для наглядности строят различные графики статистического распределения, в частности, полигон и гистограмму.

Определение. *Полигоном частот* называют ломаную, отрезки которой соединяют точки  $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$ .

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты  $x_i$ , а на оси ординат – соответствующие им частоты  $n_i$ . Точки  $(x_i, n_i)$  соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

Определение. *Полигоном относительных частот* называют ломаную, отрезки которой соединяют точки  $(x_1, w_1), (x_2, w_2), \dots, (x_k, w_k)$ .

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты  $x_i$ , а на оси ординат  $w_i$ . Точки  $(x_i, w_i)$  соединяют отрезками прямых и получают полигон относительных частот.

На рисунке изображен полигон относительных частот следующего распределения:

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 1,5 | 3,5 | 5,5 | 7,5 |
| w | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,3 |

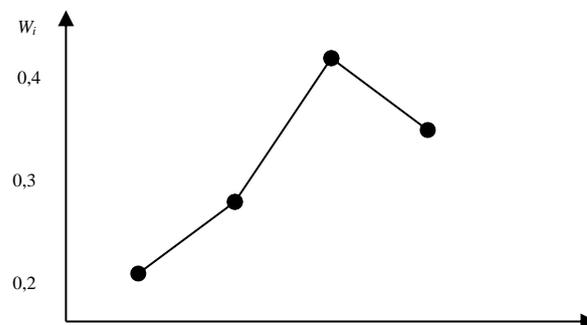


Рис. 1. Полигон относительных частот.

В случае непрерывного признака целесообразно строить гистограмму, для чего интервал, в котором заключены все наблюдаемые значения признака, разбивают на несколько частичных интервалов длиной  $h$  и находят для каждого частичного интервала  $n_i$  – сумму частот вариант, попавших в  $i$ -ый интервал.

Определение. *Гистограммой частот* называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной  $h$ , а высоты равны отношению  $n_i / h$  (плотность частоты).

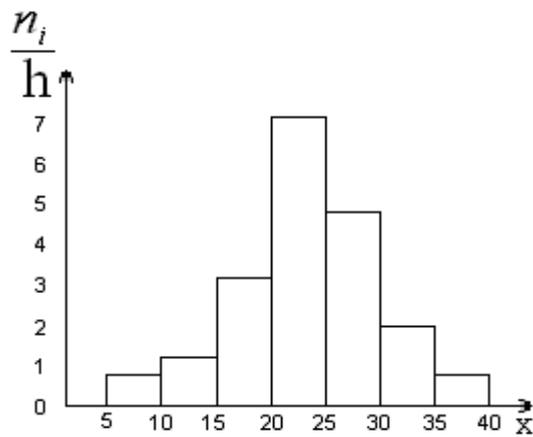


Рис. 2. Гистограмма частот.

Для построения гистограммы частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс, на расстоянии  $n_i / h$ .

Площадь  $i$ -го частичного прямоугольника равна  $h \cdot (n_i / h) = n_i$  — сумме частот вариант  $i$ -го интервала; следовательно, площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, то есть объему выборки  $n$ .

На рисунке 2 изображена гистограмма частот распределения объема  $n=100$ , приведенного в таблице 1.

| Частичный интервал, длиной $h=5$ | Сумма частот вариант частичного интервала $n_i$ | Плотность частоты $n_i / h$ |
|----------------------------------|---|-----------------------------|
| 5 – 10                           | 4   | 0,8                         |
| 10 – 15                          | 6   | 1,2                         |
| 15 – 20                          | 16  | 3,2                         |
| 20 – 25                          | 36  | 7,2                         |
| 25 – 30                          | 24  | 4,8                         |
| 30 – 35                          | 10  | 2,0                         |
| 34 – 40                          | 4   | 0,8                         |

Определение. Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной  $h$ , а высоты равны отношению  $W_i / h$  (плотность относительной частоты).

Для построения гистограммы относительных частот на оси абсцисс откладывают частичные интервалы, а над ними проводят отрезки, параллельные оси абсцисс на расстоянии  $W_i / h$ .

Площадь  $i$ -го частичного прямоугольника равна  $h \cdot (W_i / h) = W_i$  — относительной частоте вариант, попавших в  $i$ -й интервал. Следовательно, площадь гистограммы относительных частот равна сумме всех относительных частот, то есть единице.

Примеры.

1. В результате выборки получена следующая таблица распределения частот.

|       |   |    |    |
|-------|---|----|----|
| $x_i$ | 2 | 6  | 12 |
| $n_i$ | 3 | 10 | 7  |

Построить полигоны частот и относительных частот распределения.

Для начала построим полигон частот.

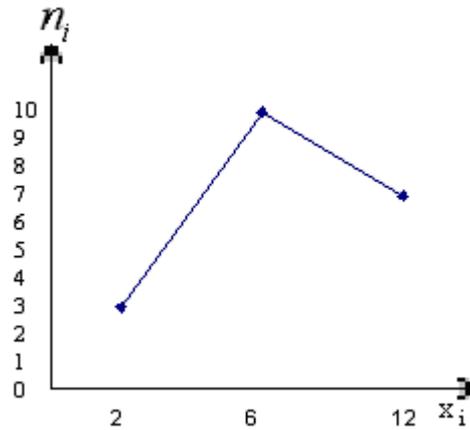


Рис. 3. Полигон частот.

Чтобы построить полигон относительных частот найдем относительные частоты, для чего разделим частоты на объем выборки  $n$ .

$$n = 3 + 10 + 7 = 20.$$

$$W_1 = 3/20 = 0,15 \quad , \quad W_2 = 10/20 = 0,5 \quad , \quad W_3 = 7/20 = 0,35.$$

Получаем

|       |      |      |      |
|-------|------|------|------|
| $x_i$ | 2    | 6    | 12   |
| $W_i$ | 0,15 | 0,50 | 0,35 |

Построим полигон относительных частот.

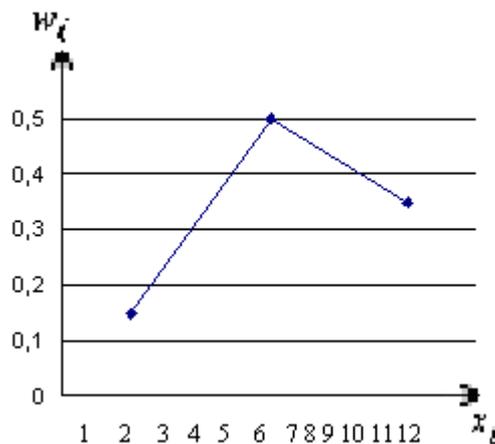


Рис. 4. Полигон относительных частот.

2. Построить гистограммы частот и относительных частот распределения.

Найдем плотность частоты  $n_i / h$  :

| Частичный интервал,<br>длиною $h = 3$ | Сумма частот вариант ча-<br>стичного интервала $n_i$ | Плотность частоты<br>$n_i / h$ |
|---------------------------------------|--|--------------------------------|
| 2 – 5                                 | 9  | 3                              |
| 5 – 8                                 | 10   | 3,3                            |
| 8 – 11                                | 25   | 8,3                            |
| 11 – 14                               | 6  | 2                              |

Построим гистограмму частот

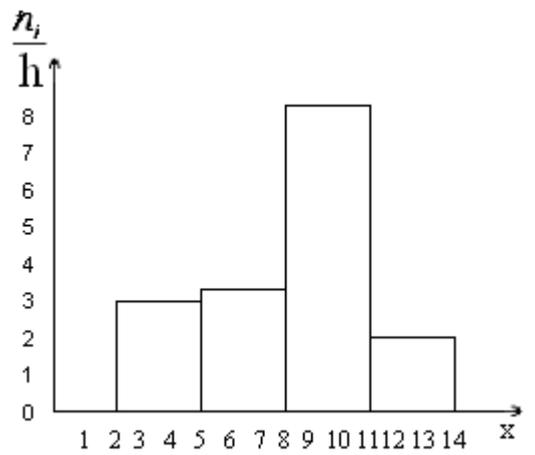


Рис. 5. Гистограмма частот.

Чтобы построить гистограмму относительных частот, нужно найти относительные частоты. Для этого найдем объем выборки  $n$ .

$$n = \sum n_i = 50.$$

Теперь найдем относительные частоты  $W_i = \frac{n_i}{n}$ :

$$W_1 = 9/50 = 0,18, \quad W_2 = 10/50 = 0,2, \quad W_3 = 25/50 = 0,5, \quad W_4 = 6/50 = 0,12.$$

Получим:

| Частичный интервал | Сумма относительных частот $W_i$ | Плотность частоты $W_i/h$ |
|--------------------|----------------------------------|---------------------------|
| 2 – 5              | 0,18                             | 0,06                      |
| 5 – 8              | 0,2                              | 0,07                      |
| 8 – 11             | 0,5                              | 0,16                      |
| 11 – 14            | 0,12                             | 0,04                      |

Плотности частот  $W_i/h$  нужно вычислить. При этом  $h = 3$ .

$$W_1/h = 0,18/3 = 0,06,$$

$$W_2/h = 0,2/3 = 0,07,$$

$$W_3/h = 0,5/3 = 0,16,$$

$$W_4/h = 0,12/3 = 0,04.$$

Построим гистограмму относительных частот.

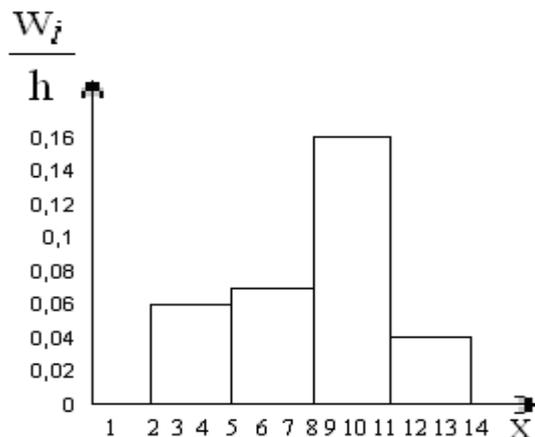


Рис.6. Гистограмма относительных частот.

## Задания для выполнения:

### 1 вариант

1. Постройте вариационный ряд, полигон частот, полигон относительных частот по данным выборки:

2, 4, 2, 4, 3, 3, 3, 2, 0, 6, 1, 2, 3, 2, 2, 4, 5, 6, 6, 1, 1, 2, 3, 6.

2. По данным выборки построьте гистограмму частот, гистограмму относительных частот:

23.5, 26.4, 48.6, 35.8, 32.9, 41.1, 33.3, 46.3, 49.9, 34.1, 45.2, 34.5, 42.4, 47.3, 32.4, 33.3, 34.4, 30.8, 43.7, 46.9, 41.3, 34.6.

### 2 вариант

1. Постройте вариационный ряд, полигон частот, полигон относительных частот по данным выборки:

5, 8, 7, 6, 7, 8, 9, 10, 5, 8, 7, 5, 6, 6, 9, 7, 8, 10, 9, 8, 5, 6, 8.

2. По данным выборки построьте гистограмму частот, гистограмму относительных частот:

50.5, 65.4, 51.6, 69.8, 65.9, 57.1, 67.3, 64.3, 54.9, 56.1, 61.2, 67.5, 64.4, 63.3, 62.4, 60.3, 69.4, 55.8, 53.7, 58.9, 57.3, 50.6.

### 3 вариант

1. Постройте вариационный ряд, полигон частот, полигон относительных частот по данным выборки:

10, 12, 15, 13, 16, 17, 18, 12, 10, 15, 13, 15, 17, 18, 15, 16, 17, 17, 18, 15.

2. По данным выборки построьте гистограмму частот, гистограмму относительных частот:

45.4, 51.4, 56.5, 47.8, 53.5, 47.2, 49.7, 48.3, 45.9, 51.3, 54.9, 54.8, 56.3, 56.4, 53.4, 53.9, 45.8, 57.4, 54.8, 48.7, 46.3, 49.6, 58.6, 54.7.

### 4 вариант

1. Постройте вариационный ряд, полигон частот, полигон относительных частот по данным выборки:

16, 20, 23, 18, 24, 18, 23, 25, 24, 24, 25, 18, 16, 16, 23, 25.

2. По данным выборки построьте гистограмму частот, гистограмму относительных частот:

30.8, 28.7, 36.5, 28.4, 27.5, 36.5, 34.2, 39.6, 30.8, 32.7, 28.7, 25.5, 26.1, 35.1, 38.1, 39.2, 37.0, 34.2, 36.1, 26.1, 28.9, 25.2, 32.5, 37.8, 34.2, 36.5, 37.3, 38.1, 29.0, 30.2.

### Контрольные вопросы:

1. Что графически представляет собой гистограмма распределения?
2. Как строится полигон распределения?
3. Как определяется количество и ширина интервалов при построении гистограммы?
4. О чем свидетельствует форма гистограммы?