Практическое занятие № 13
Построение вариационного ряда, эмпирической функции распределения и кумуляты.

Цель: построение графика эмпирической функции распределения (кумуляты).
Норма времени: 2 часа.
Оборудование: тетрадь, ручка.

Порядок выполнения работы.

Краткая теория

Пусть $x_1\,; x_2\,; \dots ; x_n$ -выборка из генеральной совокупности, представленной случайной величиной X. Каждая генеральная совокупность как случайная величина имеет некоторую функцию распределения F(x). **Эмпирической (опытной) функцией распределения** или **функцией распределения выборки** называют такую функцию, которая определяет для каждого значения **x** частоту событий **X< x** и предназначена для оценки теоретической функции распределения генеральной совокупности в математической статистике.

Эмпирическая функция распределения находится по формуле: $F_n(x) = \frac{n_x}{n}$ **n** — объем выборки; $\mathbf{n_x}$ — количество наблюдений (вариантов) меньше **x.** Эмпирическая функция распределения имеет вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le x_1 \\ \frac{n_1}{n} & \text{при } x_1 < x \le x_2 \\ \frac{n_1 + n_2}{n} & \text{при } x_2 < x \le x_3 \\ \frac{n_1 + n_2 + n_3}{n} & \text{при } x_3 < x \le x_4 \\ \dots\dots\dots & \\ \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_{n-1}}{n} & \text{при } x_{n-1} < x \le x_n \\ 1 & \text{при } x > x_n \end{cases}$$

График эмпирической функции распределения называют **кумулятой**. Она даёт возможность понимать графически представленную информацию.

<u>Пример по выполнению практической работы:</u>
Контролёр ОТК анализировал отклонение длины деталей в миллиметрах от стандарта на основе выборки , состоящей из 50 деталей.

5	8	1	0	-2	0	1	-2	3	1
3	1	3	8	3	3	3	5	8	-2
-2	1	-2	3	5	3	0	8	8	3
1	3	3	3	1	-2	1	3	3	1
5	3	0	1	-2	3	8	-2	1	0

Упорядочим данные по возрастанию, получим:

-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0

0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
5	5	5	5	8	8	8	8	8	8

x_i	-2	0	1	3	5	8
n_i	8	5	11	16	4	6

Объём выборки равен n=8+5+11+16+4+6=50 . Тогда вариационный ряд относительных частот имеет вид:

x_i	-2	0	1	3	5	8
$\frac{n_i}{n}$	$\frac{8}{50}$ =0,16	0,10	0,22	0,32	0,08	0,12

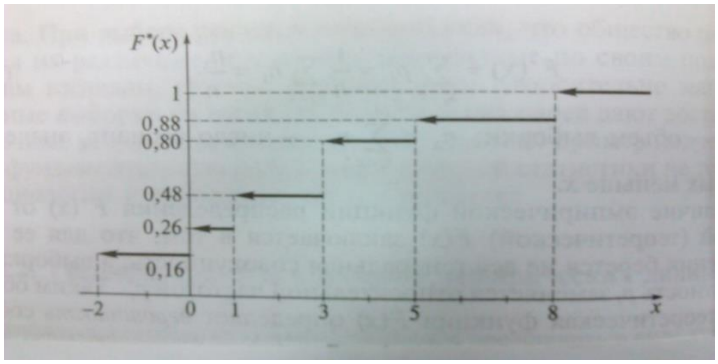
В соответствии с формулой построим эмпирическую функцию распределения:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -2 \\ 0{,}16 & \text{при } -2 < x \le 0 \\ 0.16 + 0{,}10 = 0{,}26 & \text{при } 0 < x \le 1 \\ 0.26 + 0{,}22 = 0{,}48 & \text{при } 1 < x \le 3 \\ 0.48 + 0{,}32 = 0{,}8 & \text{при } 3 < x \le 5 \\ 0.8 + 0{,}08 = 0{,}88 & \text{при } 1 < x \le 3 \\ 0{,}88 + 0{,}12 = 1 & \text{при } x > 8 \end{cases}$$

Соответствующий кумулятивный ряд примет вид:

x_i	-2	0	1	3	5	8
$\frac{n_i}{n}$	0,16	0,10	0,22	0,32	0,08	0,12
p^*	0,16	0,26	0,48	0,80	0,88	1

Построим график соответствующей эмпирической функции распределения:



Задания для выполнения:

1 вариант	2 вариант
Постройте график эмпирической функции распределения по данным выборки:	
1. Отметки ,полученные студентами группы в течении недели по математической статистике :	

	2;4;3;4;2;4;3;3;2;3;2;5;5;1;2;3;5;2;3;4;5;3;5;1;3;2;3;4;5;5;3;4;2;3;4;2;3;4;1;5.	5;3;3;4;2;4;3;3;2;4;2;5;5;4;2;3;5;2;3;4;5;3;5;3;1;2;3;4;5;5;3;4;2;3;2;2;3;4;3;4.
2.	Даны данные о частоте пульса (число ударов в минуту) у студентов перед экзаменом:	
	60, 70, 70, 68, 70, 72, 64, 66, 66, 70, 76, 76, 80, 64, 62, 78, 78, 76, 70, 68, 64, 62, 70, 68, 72, 70, 72, 72, 70, 70, 76, 76, 76 74, 74, 74, 80, 80, 66, 72, 76, 76, 74, 74, 74, 72, 78, 78, 76, 74, 76, 76, 80, 78.	62, 75, 70, 68, 70, 72, 64, 66, 66, 70, 76, 76, 80, 64, 62, 78, 80, 76, 66, 68, 63, 62, 70, 68, 72, 70, 72, 72, 70, 70, 76, 76, 76 74, 74, 74, 80, 80, 66, 72, 76, 76, 74, 75, 74, 72, 76, 78, 76, 72, 76, 74, 82, 78.
3.	Средняя продолжительность заболеваний студентов (дней на одного человека) в осенне-зимний период в прошлом году составила:	
	18; 6; 8; 9; 0; 10; 2; 5; 6; 9; 4; 8; 7; 20; 0; 8; 10; 15; 9; 8; 6; 14; 12; 8; 9; 35; 7; 2; 0; 16; 14; 22; 4; 6; 0.	18; 5; 7; 9; 0; 10; 2; 5; 6; 9; 8; 8; 7; 20; 0; 8; 12; 15; 4; 8; 6; 10; 12; 8; 0; 15; 7; 2; 0; 16; 14; 22; 4; 6; 8.

Контрольные вопросы:

1. Что называется статистической совокупностью?
2. Что понимается под генеральной
3. совокупностью?
4. Что называется выборкой?
5. Что называется вариационным рядом?