

Практическое занятие № 13

Тема: Моделирование прогноза.

Цель: приобретение навыков прогнозирования и планирования временных рядов.

Оборудование и материалы: Методические рекомендации; рабочая тетрадь.

Краткие теоретические основания выполнения задания

Метод скользящей средней - метод изучения в рядах динамики основной тенденции развития явления.

Суть метода скользящей средней состоит в том, что вычисляется средний уровень из определенного числа первых по порядку уровней ряда, затем средний уровень из того же числа уровней, начиная со второго, далее начиная с третьего и т. д. Таким образом, при расчетах среднего уровня как бы «скользят» по ряду динамики от его начала к концу, каждый раз отбрасывая один уровень в начале и добавляя один следующий.

Средняя из нечетного числа уровней относится к середине интервала. Если интервал сглаживания четный, то отнесение средней к определенному времени невозможно, она относится к середине между датами. Для того чтобы правильно отнести среднюю из четного числа уровней, применяется центрирование, т. е. нахождение средней из средней, которую относят уже к определенной дате.

МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО ВЫРАВНИВАНИЯ

Уравнение прямой при аналитическом выравнивании ряда динамики имеет следующий вид: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$,

где \bar{y}_t - выровненный (средний) уровень динамического ряда; a_0, a_1 - параметры искомой прямой; t - обозначение времени. \square

Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty; \end{cases}$$

где y - исходный уровень ряда динамики; n - число членов ряда.

Система уравнений упрощается, если значения t подобрать так, чтобы их сумма равнялась нулю, т. е. начало времени перенести в середину рассматриваемого периода.

Если $\sum t = 0$, то
$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2}.$$

Исследование динамики соц.-экон. явлений и установление основной тенденции развития дают основание для прогнозирования (экстраполяции) - определения будущих размеров уровня экономического явления. Используют следующие методы экстраполяции:

•средний абсолютный прирост с/показатель, исчисляемый для выражения средней скорости роста (снижения) соц.-эк. процесса.

$$\bar{\Delta}_y = \frac{\sum \Delta_i}{n-1}, \text{ или } \bar{\Delta}_y = \frac{y_n - y_0}{n-1}.$$

Определяется по формуле:

•средний темп роста;

•экстраполяцию на основе выравнивания по какой-либо аналитической формуле. Метод аналитического выравнивания-метод исследования динамики соц.-экон. явлений, позволяющий установить основные тенденции их развития.

Расчет индекса сезонности

Индексы сезонности (I_s) - спец. показатели, используемые при изучении сезонных колебаний. Рассчитываются по формуле:

где \bar{y}_i — средняя для каждого месяца за изучаемый период;

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\% .$$

\bar{y} — общий средний месячный уровень за изучаемый период.

Покажем расчет индекса сезонности на примере. Имеются следующие данные по строительной фирме об объеме выполненных работ по месяцам 2001–2003 гг. по сметной стоимости.

Месяц	Год			В среднем за три года \bar{y}_i	Индекс сезонности $(\bar{y}_i/\bar{y})100\%$
	2001	2002	2003		
Январь	1,7	1,9	2,0	1,9	67,9
Февраль	1,8	2,1	2,3	2,1	75,0
Март	2,1	2,4	2,8	2,4	85,7
Апрель	2,4	2,6	2,9	2,6	92,9
Май	2,6	2,8	3,0	2,8	100,0
Июнь	2,8	3,0	3,2	3,0	107,1
Июль	3,2	3,3	3,4	3,3	117,9
Август	3,4	3,5	3,4	3,4	121,4
Сентябрь	3,2	3,3	3,0	3,2	114,3
Октябрь	2,9	3,1	3,2	3,1	110,7
Ноябрь	2,7	2,7	3,1	2,8	100,0
Декабрь	2,6	2,5	2,7	2,6	92,9
Средний уровень ряда (\bar{y})	2,6	2,8	2,9	2,8	100,0

Для получения \bar{y}_i проведем осреднение уровней одноименных периодов по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{y_{\text{янв.2001}} + y_{\text{янв.2002}} + y_{\text{янв.2003}}}{3} = \frac{1,7+1,9+2,0}{3} = 1,9 (\text{млн руб.});$$

январь — ... декабрь —

$$\bar{y} = \frac{y_{\text{дек.2001}} + y_{\text{дек.2002}} + y_{\text{дек.2003}}}{3} = \frac{2,6+2,5+2,7}{3} = 2,6 (\text{млн руб.}).$$

Осредненные значения уровней ряда \bar{y}_i для каждого месяца годового цикла представлены в таблице данного примера.

Далее по исчисленным месячным средним уровням \bar{y}_i определяем общий средний уровень (\bar{y}):

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} = \frac{33,2}{12} = 2,8 (\text{млн руб.}),$$

где n — число месяцев.

Значение общего среднего уровня можно вычислить также по итоговым данным за отдельные годы:

$$\bar{y} = \frac{\sum (\bar{y}_i)}{n} = \frac{8,3}{3} = 2,8 (\text{млн руб.}),$$

где n — число лет;

$\sum (\bar{y}_i)$ — сумма среднегодовых уровней ряда динамики.

В завершение определим индексы сезонности по месяцам года

по формуле:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%:$$

$$\text{январь} \text{ — } I_{s_1} = \frac{1,9}{2,8} \cdot 100\% = 67,9\%; \quad \text{февраль} \text{ — } I_{s_2} = \frac{2,1}{2,8} \cdot 100\% = 75\% \text{ и т. д.}$$

Рассчитанные индексы сезонности представлены в таблице примера.

Следовательно, мин. объем выполненных работ строительная фирма имела в январе, а максимальный — в августе.

Для ряда внутригодовой динамики, в которой основная тенденция роста незначительна, изучение сезонности основано на методе постоянной средней, являющейся средней из всех рассматриваемых уровней. Самый простой способ заключается в следующем: для каждого года рассчитывается средний уровень, а затем с ним сопоставляется (в процентах) уровень каждого месяца.

Однако ежемесячные данные одного года из-за элемента случайности могут быть ненадежными для выявления закономерности колебаний. Поэтому на практике используются ежемесячные данные за ряд лет (обычно не менее трех лет). Тогда для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня за три года, затем определяются среднемесячный уровень для всего ряда и отношение средних для каждого месяца к общему среднемесячному уровню ряда (в процентах).

Порядок выполнения задания

Пример 1. По данным табл. 1 исследуйте структуру временного ряда по квартальным данным потребления электроэнергии за 2001 – 2004 гг. Оцените уровень и структуру потребления электроэнергии в 2005 г.

Таблица 2. Исходные данные

Период	Потребление электроэнергии, млрд. кВт - ч
--------	--

I кв. 2001 г.	6,0
II кв. 2001 г.	4,4
III кв. 2001 г.	5,0
IV кв. 2001 г.	9,0
I кв. 2002 г.	7,2
II кв. 2002 г.	4,8
III кв. 2002 г.	6,0
IV кв. 2002 г.	10,0
I кв. 2003 г.	8,0
II кв. 2003 г.	5,6
III кв. 2003 г.	6,4
IV кв. 2003 г.	11,0
I кв. 2004 г.	9,0
II кв. 2004 г.	6,6
III кв. 2004 г.	7,0
IV кв. 2004 г.	10,8

Решение. В данной задаче в качестве зависимой переменной y выступает потребление электроэнергии, в качестве независимой переменной - время t ($t = \overline{1,16}$). Проверим наличие сезонности в ряде y_t .

Первоначально изобразите ряд графически. Постройте диаграмму по исходным данным задачи. Тип диаграммы – график с маркерами. Периоды от 1 до 16 использовать в качестве подписи по оси X.

Попробуйте пообобрать линию тренда на построенном графике.



Рис. 1. График потребления электроэнергии за I кв. 2001 г. - IV кв. 2004

г.

Из рис. 1 видно, что в IV кв. потребление электроэнергии каждый год возрастает, поэтому есть подозрение на наличие сезонной компоненты в ряде. Также видно, что амплитуда сезонных колебаний постоянна, что

позволяет предположить аддитивную структуру временного ряда $y = T + S + E$.

Решение задачи (с расчетом сезонных компонент). Для расчета сезонных компонент воспользуемся методом скользящей средней. Просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные годовые объемы потребления электроэнергии (гр. 3 табл. 2). Полученные суммы разделим на длину периода (в нашем случае на 4) и найдем скользящие средние, которые уже не зависят от сезонности (гр. 4 табл. 2). Чтобы привести эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, найдем средние значения из каждых двух соседних скользящих средних (гр. 5 табл. 2). Оценку сезонной компоненты найдем, вычитая из фактического значения уровня ряда y , центрированную скользящую среднюю (гр. 6 табл. 2).

Таблица 2. Исходные данные

Номер периода (t)	Потребление электроэнергии (y)	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	6	-	-	-	-
2	4,4	24,4	6,1	-	-
3	5	25,6	6,4	6,25	-1,25
4	9	26	6,5	6,45	2,55
5	7,2	27	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28	7	6,875	-2,075
7	6	28,8	7,2	7,1	-1,1
8	10	29,6	7,4	7,3	2,7
9	8	30	7,5	7,45	0,55
10	5,6	31	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32	8	7,875	-1,475
12	11	33	8,25	8,125	2,875
13	9	33,6	8,4	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7	24,4	-	-	-
16	10,8	-	-	-	-

На следующем этапе подготовим вторую вспомогательную табл. 3. Занесем в нее оценки сезонных компонент, распределив их по кварталам. За каждый квартал найдем среднюю оценку сезонной компоненты. Например, для I кв. $\bar{S}_1 = (0,575 + 0,55 + 0,675) / 3 = 0,6$.

Сезонные воздействия за период должны взаимопогашаться. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма всех сезонных

компонент за период должна быть равна нулю. Рассчитаем корректирующий коэффициент по формуле $k = \sum_{i=1}^n \bar{S}_i / n$, где n — длина периода.

Для нашего примера $k = (0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708) / 4 = 0,01875$.

Скорректированные значения сезонной компоненты рассчитываем как разность между средним значением сезонной компоненты и корректирующим коэффициентом $S_i = \bar{S}_i - k$, $i = \overline{1, n}$ (табл. 3).

Таблица 3.

Квартал	Год				Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала (\bar{S}_i)	Скорректированная сезонная компонента (S_i)
	2001	2002	2003	2004		
I	-	0,575	0,55	0,675	0,6	0,6
II	-	-2,075	-2,025	-1,775	-1,95833	-2,0
III	-1,25	-1,1	-1,475	-	-1,275	-1,3
IV	2,55	2,7	2,875	-	2,708333	2,7
Корректирующий коэффициент					0,01875	

Элиминируем сезонную компоненту из исходного ряда, т.е. рассчитаем $y - S$. С этой целью заполним рабочую табл. 4.:

Таблица 4

Номер периода (t)	Исходный ряд (y)	Сезонная компонента (S)	Преобразованный ряд (y - S)
1-й	6,0	0,6	5,4
2-й	4,4	-2,0	6,4
3-й	5,0	-1,3	6,3
4-й	9,0	2,7	6,3
5-й	7,2	0,6	6,6
6-й	4,8	-2,0	6,8
7-й	6,0	1,3	7,3
8-й	10,0	2,7	7,3
9-й	8,0	0,6	7,4
10-й	5,6	-2,0	7,6
11-й	6,4	-1,3	7,7
12-й	11,0	2,7	8,3
13-й	9,0	0,6	8,4
14-й	6,6	-2,0	8,6
15-й	7,0	-1,3	8,3

16-й	10,8	2,7	8,1
------	------	-----	-----

Далее в преобразованном ряду $y - S$ можно выделить линейный тренд. Зная значения сезонных компонент

$$S = \begin{cases} 0,6; t = 1,5,9,13 \\ -2; t = 2,6,10,14 \\ -1,3; t = 3,7,11,15 \\ 2,7; t = 4,8,12,16 \end{cases}$$

и тренд $y = a + bt$, можно прогнозировать потребление электроэнергии в каждом квартале с использованием модели $y = a + bt + S_t$:

Вычислите y_{17} ; y_{18} ; y_{19} и y_{20} .

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. В табл. 5 имеются данные об объеме экспорта по кварталам за 2000 — 2005 гг. Постройте аддитивную модель временного ряда и спрогнозируйте экспорт по кварталам на 2006 г.

Таблица 5.

Номер периода	Экспорт, млрд дол. США	Номер периода(t)	Экспорт, млрд дол. США
1-й	4087	13-й	6975
2-й	4737	14-й	6891
3-й	5768	15-й	7527
4-й	6005	16-й	7971
5-й	5639	17-й	5875
6-й	6745	18-й	6140
7-й	6311	19-й	6248
8-й	7107	20-й	6041
9-й	5741	21-й	4626
10-й	7087	22-й	6501
11-й	7310	23-й	6284
12-й	8600	24-й	6707

Контрольные вопросы

1. В чем заключается метод скользящей средней?
2. Для чего применяется метод скользящей средней?
3. В чем заключается метод аналитического выравнивания?
4. Для чего применяется метод аналитического выравнивания?
5. Что такое индекс сезонности?
6. Для чего применяется индекс сезонности?