

Практическое занятие №4

Тема: «Формулы логики. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований».

Цель: закрепить знание законы алгебры логики, отработать навыки преобразования формулы с помощью равносильных преобразований, сформировать умение решать булевы уравнения.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы

Законы алгебры логики

Дизъюнкция	Законы	Конъюнкция
$a \vee b = b \vee a$	Переместительный закон	$ab = ba$
$A \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$	Сочетательный закон	$a(bc) = (ab)c$
$a(b \vee c) = ab \vee ac$	Распределительный закон	$a \vee (bc) = (a \vee b)(a \vee c)$
$a \vee a = a$	Правила идемпотентности	$a \cdot a = a$
$\overline{\overline{a \vee b}} = \overline{a} \cdot \overline{b}$	Законы Де Моргана	$\overline{ab} = \overline{a} \vee \overline{b}$
$A \vee 0 = a$	Правила операций с константами	$a \cdot 0 = 0$
$A \vee 1 = 1$		$a \cdot 1 = a$
$a \vee ab = a$	Законы поглощения	$a(a \vee b) = a$
$a \vee (\overline{a}b) = a \vee b$		$a(\overline{a} \vee b) = ab$
$a \vee \overline{a} = 1$	Законы инверсии (отрицания)	$a \cdot \overline{a} = 0$
$ab \vee \overline{a}b = a$	Законы склеивания	$(a \vee b) \cdot (a \vee \overline{b}) = a$

- $\overline{\overline{a}} = a$ - снятие двойного отрицания;
- $a \rightarrow b = \overline{a} \vee b$ – снятие импликации;
- $a \sim b = ab \vee \overline{a} \cdot \overline{b}$ – снятие эквиваленции;
- $a \&\&b = ab \vee \overline{a} \cdot \overline{b}$ –снятие строгой дизъюнкции.

Рассмотрим несколько примеров на установление истинности сложного высказывания.

1. $(\overline{X} \vee Y) \rightarrow \overline{\overline{Y} \rightarrow X}$

Истинность сложного высказывания можно установить с помощью таблицы истинности (см. табл.).

Введем порядок действий, определяющий последовательность столбцов в таблице истинности для высказывания $(\overline{X} \vee Y) \rightarrow \overline{\overline{Y} \rightarrow X}$.

$$1) \bar{X}; 2) \bar{X} \vee Y; 3) \bar{Y}; 4) \bar{Y} \rightarrow X; 5) \overline{\bar{Y} \rightarrow X}; 6) \overline{(\bar{X} \vee Y) \rightarrow \bar{Y} \rightarrow X}.$$

Любые простые и сложные высказывания, полученные из элементарных высказываний с помощью конечного числа введенных логических операций, называются *формулами алгебры логики*.

Для упрощения формул, содержащих скобки и различные логические операции, будем учитывать ряд правил. Так, при опускании скобок:

- самой первой выполняется конъюнкция между элементарными высказываниями и их отрицаниями;
- дизъюнкция выполняется раньше импликации и эквиваленции;
- знак отрицания над формулой дает возможность опустить скобки, в которых эта формула заключена.

Таблица

Таблица истинности для двух переменных

X	Y	\bar{X}	$\bar{X} \vee Y$	\bar{Y}	$\bar{Y} \rightarrow X$	$\overline{\bar{Y} \rightarrow X}$	$\overline{(\bar{X} \vee Y) \rightarrow \bar{Y} \rightarrow X}$
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0

5) Рассмотрите пример.

Упростите выражение:

$$A \vee (A \rightarrow (B \rightarrow A))$$

Решение

$$A \vee (A \rightarrow (B \rightarrow A)) = A \vee (A \rightarrow (\bar{B} \vee A)) = A \vee (\bar{A} \vee (\bar{B} \vee A)) = (\bar{A} \vee \bar{B}) \vee A = 1 \vee \bar{B} \vee A = 1 \vee A = 1.$$

Ответ: $A \vee (A \rightarrow (B \rightarrow A)) = 1$.

II. Практическая работа студентов.

Упростите выражения и сравните таблицы истинности условия и ответа.

1. $\overline{\overline{AB} \vee \overline{BC} \vee AC}$;
2. $\overline{(A \vee B)C \vee AB \vee BC}$;
3. $\overline{B \vee C \vee A \vee C \vee AB}$;
4. $\overline{(\bar{A} \wedge \bar{B}) \vee ((A \rightarrow B) \wedge A)}$;
5. $A \vee \bar{B} \wedge B \wedge (A \rightarrow B)$.

Контрольные вопросы:

1. Что называют алгеброй Буля?
2. Законы алгебры логики.