

Практическое занятие №11

Тема: «Построение таблиц смежности и инцидентности».

Цель: научиться составлять для графа матрицы инцидентности и смежности и по матрицам уметь строить граф.

Оборудование и материалы: тетрадь, ручка.

Время выполнения: 2 часа.

Порядок проведения работы

Способы представления орграфов

Матрица смежности - таблица, где как столбцы, так и строки соответствуют вершинам графа. В каждой ячейке этой матрицы записывается число, определяющее наличие связи от вершины-строки к вершине-столбцу (либо наоборот).

Матрица инцидентности - каждая строка соответствует определённой вершине графа, а столбцы соответствуют связям графа. В ячейку на пересечении i -ой строки с j -м столбцом матрицы записывается:

- «1», в случае, если связь j «выходит» из вершины i ;
- «-1», в случае, если связь «входит» в вершину;
- «0», во всех остальных случаях (то есть если связь является петлёй или связь не инцидентна вершине).

Способы представления графа:

Матрица инцидентности — таблица, состоящая из n строк (вершины) и m столбцов (ребра), в которой:

- $b_{ij} = 1$, если вершина V_i инцидентна ребру X_j ;
- $b_{ij} = 0$, если вершина V_i не инцидентна ребру X_j

Матрица смежности — квадратная таблица графа $G(V, X)$ без ребер, для которой:

- $a_{ij} = 1$, если $(V_i, V_j) \in X$;
- $a_{ij} = 0$ если $(V_i, V_j) \notin X$

Примеры по выполнению практической работы

Пример 1. Для неориентированного графа, изображенного на рис.1, постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности.

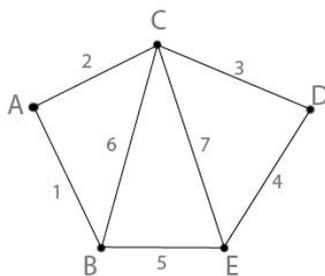


Рис.1

Матрица смежности:

A	0	1	1	0	0
B	1	0	1	0	1
C	1	1	0	1	1
D	0	1	1	0	0
E	0	1	1	1	0
	A	B	C	D	E

Матрица инцидентности:

A	1	1	0	0	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	0
C	0	1	1	0	0	1	1
D	0	0	1	1	0	0	0
E	0	0	0	1	1	0	1
	1	2	3	4	5	6	7

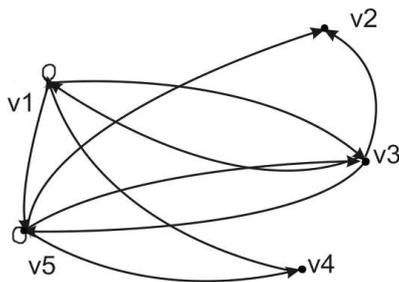
Пример 2.

Задан граф $G(V, E)$, где $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$; $E_{v_1} = \{v_1, v_2, v_3\}$; $E_{v_2} = \emptyset$; $E_{v_3} = \{v_1, v_2, v_5\}$; $E_{v_4} = \{v_1\}$; $E_{v_5} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$.

1. Изобразите орграф на рисунке.
2. Постройте матрицу смежности.

Решение:

1.



2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 3.

Дана матрица

$$\begin{matrix} 1 & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 2 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ 3 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 4 & \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \end{matrix}$$

Постройте орграф, для которого данная матрица является матрицей смежности. Найдите матрицу инцидентности графа.

Решение: Для построения орграфа его вершине однозначно сопоставим точку на плоскости. Данная матрица смежности имеет четыре строки и четыре столбца, следовательно, в орграфе четыре вершины: 1, 2, 3, 4.

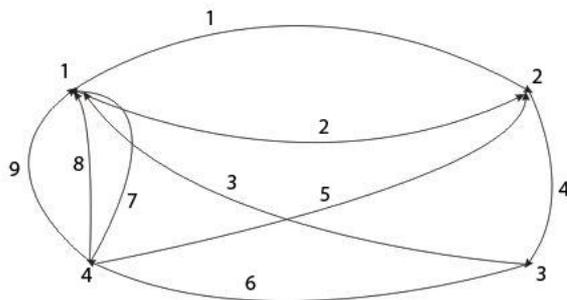
Проанализируем элементы матрицы:

$a_{11} = 0$ — при вершине 1 нет петель;

$a_{12} = 2$ — из вершины 1 выходят две стрелки к вершине 2;

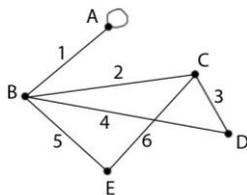
- $a_{13} = 0$ – из 1 не выходит ни одной стрелки к вершине 3;
- $a_{14} = 0$ – из 1 не выходит ни одной стрелки к вершине 4;
- $a_{21} = 0$ – из 2 не выходит ни одной стрелки к вершине 1;
- $a_{22} = 0$ – при 2 нет петель;
- $a_{23} = 1$ – из 2 выходит одна стрелка к 3;
- $a_{24} = 0$ – из 2 не выходит ни одной стрелки к вершине 4;
- $a_{31} = 1$ – из 3 выходит одна стрелка к вершине 1;
- $a_{32} = 0$ – из 3 не выходит ни одной стрелки к вершине 2;
- $a_{33} = 0$ – из при 3 нет петель;
- $a_{34} = 1$ – из 3 выходит одна стрелка к вершине 4;
- $a_{41} = 3$ – из 4 выходит 3 стрелки к вершине 1;
- $a_{42} = 1$ – из 4 выходит одна стрелка к вершине 2;
- $a_{43} = 0$ – из 4 не выходит ни одной стрелки к вершине 3;
- $a_{44} = 0$ – при 4 нет петель.

Строим орграф:



Задания для практического занятия:

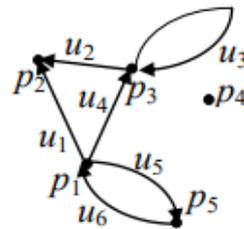
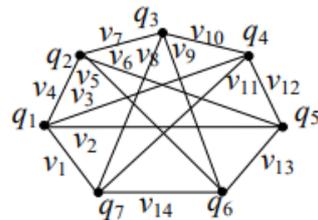
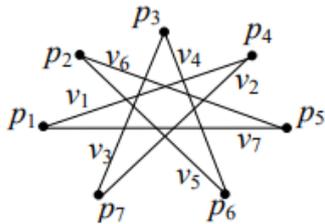
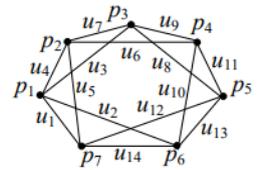
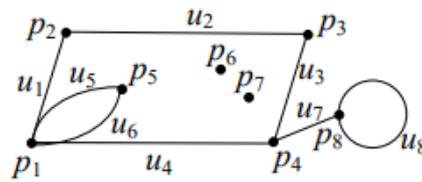
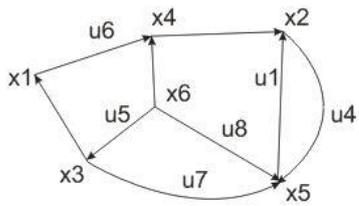
1. Для неориентированного графа, изображенного на рисунке, постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности:



2. Дана матрица A . Постройте соответствующий ей граф, имеющий матрицу A своей матрицей смежности. Найдите матрицу инцидентности для построенного графа.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Для графов, изображенных на рисунках, составить матрицу смежности вершин, смежности дуг и инцидентностей.



Контрольные вопросы:

1. Что такое граф?
2. Какие способы задания графов вы знаете?
3. Что представляет собой матрица смежности?