

## Практическая работа 5

### Решение систем линейных алгебраических уравнений методом простой итерации.

**Цель работы:** изучить особенности различных методов решения систем линейных алгебраических уравнений (далее — СЛАУ), приобрести навыки решения СЛАУ с помощью средств MS Excel выполнения задания

#### Порядок выполнения работы:

Рассмотрим на примере: Численно решить СЛАУ с точностью 0,00001:

$$\begin{cases} 20x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 5 \\ x_1 + 12x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 4 \\ 5x_1 - 3x_2 + 13x_3 = -3 \\ -3x_3 + 15x_4 = 7 \end{cases}$$

В методе простой итерации должны выполняться условия на сходимость:

$$|a_{11}| > |a_{12}| + |a_{13}| + |a_{14}|$$

$$|a_{22}| > |a_{21}| + |a_{23}| + |a_{24}|$$

$$|a_{33}| > |a_{31}| + |a_{32}| + |a_{34}|$$

$$|a_{44}| > |a_{41}| + |a_{42}| + |a_{43}|$$

Записываем исходные данные в таблицу:

	A	B	C	D	E	F
1	A			B	e	
2	20	2	3	7	5	0,0001
3	1	12	-2	-5	4	
4	5	-3	13	0	-3	
5	0	0	-1	15	7	
6						
7	Условие на сходимость					
8	1 стр	2 стр	3 стр	4 стр	усл.сх	
9	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА		
10						
11						

Далее в ячейки A9:D9 записать условия сходимости соответственно:

$$=ABS(A2)>ABS(B2)+ABS(C2)+ABS(D2)$$

$$=ABS(B3)>ABS(A3)+ABS(C3)+ABS(D3)$$

$$=ABS(C4)>ABS(A4)+ABS(B4)+ABS(D4)$$

$$=ABS(D5)>ABS(A5)+ABS(B5)+ABS(C5)$$

В ячейку E9 записать формулу на выполнение условия сходимости:

$$=ЕСЛИ(И(A9:D9);"вып";"---")$$

Далее записываем действия по методу (итерационные формулы):

$$x_1^{i+1} = \frac{b_1 - a_{12}x_2^i - a_{13}x_3^i - a_{14}x_4^i}{a_{11}}$$

$$x_2^{i+1} = \frac{b_2 - a_{21}x_1^i - a_{23}x_3^i - a_{24}x_4^i}{a_{22}}$$

$$x_3^{i+1} = \frac{b_3 - a_{31}x_1^i - a_{32}x_2^i - a_{34}x_4^i}{a_{33}}$$

$$x_4^{i+1} = \frac{b_4 - a_{41}x_1^i - a_{42}x_2^i - a_{43}x_3^i}{a_{44}}$$

$$x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = x_4^0 = 0$$

С учетом этих условий получаем: в ячейку A14 записываем первую формулу **=(E\$2-\$B\$2\*B13-\$C\$2\*C13-\$D\$2\*D13)/\$A\$2.**

В ячейка B15 – D15 по аналогии. В итоге:

	A	B	C	D	E	F
1	A				B	e
2	20	2	3	7	5	0,0001
3	1	12	-2	-5	4	
4	5	-3	13	0	-3	
5	0	0	-1	15	7	
6						
7	Условие на сходимость					
8	1 стр	2 стр	3 стр	4 стр	усл.сх	
9	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	вып	
10						
11	действия по методу					
12	x1	x2	x3	x4		
13	0	0	0	0		
14	0,25	0,333333	-0,23076923	0,466667		
15						

Записываем условия по точности в ячейки E13 – H13, в ячейках I14 делаем проверку на соответствие заданной точности по формулам:

$$\Delta_1 = |x_1^{i+1} - x_1^i| < e$$

$$\Delta_2 = |x_2^{i+1} - x_2^i| < e$$

$$\Delta_3 = |x_3^{i+1} - x_3^i| < e$$

$$\Delta_4 = |x_4^{i+1} - x_4^i| < e$$

вводим формулу:

**=ЕСЛИ(И(E14<\$F\$2;F14<\$F\$2;G14<\$F\$2;H14<\$F\$2);"Выполнено";"---")**

В ячейке J14 выводим номер итерации по формуле **=J13+1**

Копируем формулы из диапазона A14:J14 до тех пор, пока не получим необходимую точность корней, т.е. пока не появится слово «Выполнено».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	A				B	e					
2	20	2	3	7	5	0,0001					
3	1	12	-2	-5	4						
4	5	-3	13	0	-3						
5	0	0	-1	15	7						
6											
7	Условие на сходимость										
8	1 стр	2 стр	3 стр	4 стр	усл.сх						
9	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	вып						
10											
11	действия по методу										
12	x1	x2	x3	x4						K	
13	0	0	0	0	d1	d2	d3	d4	Усл.точнс	0	
14	0,25	0,333333	-0,23076923	0,466667	0,25	0,333333	0,230769	0,466667	---	1	
15	0,087949	0,468483	-0,25	0,451282	0,162051282	0,13515	0,019231	0,015385	---	2	
16	0,082703	0,472372	-0,15648422	0,45	0,005245726	0,003889	0,093516	0,001282	---	3	
17	0,068735	0,487861	-0,1535692	0,456234	0,013967538	0,015489	0,002915	0,006234	---	4	
18	0,064567	0,492108	-0,1446227	0,456429	0,00416818	0,004247	0,008946	0,000194	---	5	
19	0,062733	0,494028	-0,14203937	0,457025	0,001834737	0,001919	0,002583	0,000596	---	6	
20	0,061944	0,49486	-0,14089077	0,457197	0,000788191	0,000832	0,001149	0,000172	---	7	
21	0,061629	0,495188	-0,14039562	0,457274	0,000315765	0,000329	0,000495	7,66E-05	---	8	
22	0,061495	0,495329	-0,14019828	0,457307	0,00013396	0,000141	0,000197	3,3E-05	---	9	
23	<b>0,061439</b>	<b>0,495387</b>	<b>-0,14011428</b>	0,45732	5,5229E-05	5,78E-05	8,4E-05	1,32E-05	Выполнен	10	
24											

Записываем результат:  $x_1=0.061439$ ,  $x_2=0.495387$ ,  $x_3=-0.140114$ ,  $x_4=0.457321$ .

Количество итераций равно 10.

Сравниваем результаты, полученные методом Гаусса в предыдущей работе.

### Индивидуальные задания:

- $$\begin{cases} x_1 = 0,32x_1 - 0,23x_2 + 0,41x_3 - 0,06x_4 + 0,67, \\ x_2 = 0,18x_1 + 0,12x_2 - 0,33x_3 - 0,88, \\ x_3 = 0,12x_1 + 0,32x_2 - 0,05x_3 + 0,67x_4 - 0,18, \\ x_4 = 0,05x_1 - 0,11x_2 + 0,09x_3 - 0,12x_4 + 1,44; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,34x_2 + 0,23x_3 - 0,06x_4 + 1,42, \\ x_2 = 0,11x_1 - 0,23x_2 - 0,18x_3 + 0,36x_4 - 0,66, \\ x_3 = 0,23x_1 - 0,12x_2 + 0,15x_3 - 0,35x_4 + 1,08, \\ x_4 = 0,12x_1 + 0,11x_2 - 0,47x_3 + 0,17x_4 + 1,72; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,06x_1 + 0,17x_2 + 0,34x_3 + 0,16x_4 + 2,43, \\ x_2 = 0,32x_1 + 0,23x_2 - 0,35x_4 - 1,12, \\ x_3 = 0,16x_1 - 0,08x_2 - 0,12x_4 + 0,43, \\ x_4 = 0,09x_1 + 0,21x_2 - 0,13x_3 + 0,83; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,08x_2 - 0,23x_3 + 0,36x_4 + 1,37, \\ x_2 = 0,16x_1 - 0,22x_2 + 0,18x_3 - 2,38, \\ x_3 = 0,15x_1 + 0,12x_2 + 0,35x_3 - 0,17x_4 + 0,38, \\ x_4 = 0,25x_1 + 0,21x_2 - 0,19x_3 + 0,03x_4 + 0,64; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,32x_1 - 0,13x_2 - 0,08x_3 + 0,16x_4 + 2,42, \\ x_2 = 0,17x_1 - 0,22x_2 + 0,13x_3 - 0,21x_4 + 1,48, \\ x_3 = 0,05x_1 - 0,08x_2 + 0,34x_4 - 0,16, \\ x_4 = 0,12x_1 + 0,11x_2 - 0,19x_3 + 0,06x_4 + 1,64; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,12x_1 + 0,23x_2 - 0,33x_3 + 0,07x_4 + 0,17, \\ x_2 = 0,45x_2 - 0,23x_3 + 0,07x_4 - 0,38, \\ x_3 = 0,12x_1 - 0,08x_3 + 0,77x_4 + 0,88, \\ x_4 = 0,08x_1 + 0,09x_2 + 0,39x_3 + 0,22x_4 - 1,74; \end{cases}$$
- $$\begin{cases} x_1 = 0,03x_1 - 0,05x_2 + 0,21x_3 - 0,36x_4 + 0,43, \\ x_2 = 0,28x_1 + 0,52x_2 - 0,83x_3 + 0,07x_4 - 1,8, \\ x_3 = 0,33x_1 + 0,12x_2 - 0,08x_3 - 0,07x_4 - 0,8, \\ x_4 = 0,08x_1 + 0,17x_2 + 0,29x_3 + 0,32x_4 + 1,7; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x_1 = 0,17x_2 - 0,31x_3 + 0,16x_4 - 1,2, \\ x_2 = 0,18x_2 + 0,43x_3 - 0,08x_4 + 0,38, \\ x_3 = 0,22x_1 + 0,18x_2 + 0,25x_3 + 0,07x_4 + 0,48, \\ x_4 = 0,08x_1 + 0,07x_2 + 0,71x_3 + 0,04x_4 - 1,24; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x_1 = 0,02x_1 + 0,03x_2 - 0,62x_3 + 0,06x_4 - 1,6, \\ x_2 = 0,03x_1 + 0,28x_2 + 0,33x_3 - 0,07x_4 + 1,1, \\ x_3 = 0,09x_1 + 0,12x_2 + 0,42x_3 + 0,27x_4 - 1,7, \\ x_4 = 0,19x_1 - 0,21x_2 + 0,08x_3 + 0,37x_4 + 1,4; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x_1 = 0,52x_1 + 0,03x_2 + 0,11x_4 - 0,22, \\ x_2 = 0,07x_1 - 0,38x_2 - 0,03x_3 + 0,41x_4 + 1,8, \\ x_3 = 0,04x_1 + 0,42x_2 + 0,15x_3 - 0,07x_4 - 1,1, \\ x_4 = 0,15x_1 + 0,17x_2 - 0,13x_3 + 0,19x_4 + 0,34; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x_1 = 0,23x_2 - 0,17x_3 + 0,06x_4 + 0,21, \\ x_2 = 0,52x_1 + 0,12x_3 + 0,17x_4 - 1,18, \\ x_3 = 0,16x_1 - 0,18x_2 + 0,21x_3 - 0,88, \\ x_4 = 0,11x_1 + 0,21x_2 + 0,03x_3 + 0,02x_4 + 0,74; \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} x_1 = 0,15x_1 + 0,05x_2 - 0,08x_3 + 0,16x_4 - 0,47, \\ x_2 = 0,32x_1 - 0,42x_2 - 0,13x_3 + 0,11x_4 + 1,24, \\ x_3 = 0,17x_1 + 0,06x_2 - 0,08x_3 + 0,12x_4 + 1,18, \\ x_4 = 0,21x_1 - 0,16x_2 + 0,39x_3 - 0,84; \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} x_1 = 0,17x_1 + 0,26x_2 - 0,11x_3 - 0,16x_4 - 1,41, \\ x_2 = 0,13x_1 - 0,12x_2 + 0,09x_3 - 0,06x_4 + 0,48, \\ x_3 = 0,12x_1 + 0,05x_2 - 0,03x_3 + 0,12x_4 - 2,38, \\ x_4 = 0,13x_1 + 0,18x_2 + 0,24x_3 + 0,45x_4 + 0,72; \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} x_1 = 0,23x_1 + 0,21x_2 + 0,06x_3 - 0,34x_4 + 1,47, \\ x_2 = 0,05x_1 + 0,33x_3 + 0,12x_4 - 0,57, \\ x_3 = 0,35x_1 - 0,27x_2 - 0,05x_4 + 0,68, \\ x_4 = 0,12x_1 - 0,43x_2 + 0,34x_3 - 0,22x_4 - 2,14; \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x_1 = 0,15x_1 + 0,23x_2 + 0,11x_3 + 0,18x_4 - 1,41, \\ x_2 = 0,12x_1 - 0,14x_2 + 0,08x_3 + 0,09x_4 - 0,83, \\ x_3 = 0,16x_1 + 0,24x_2 - 0,35x_4 + 1,18, \\ x_4 = 0,23x_1 - 0,08x_2 + 0,59x_3 + 0,22x_4 + 0,64; \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x_1 = 0,22x_1 - 0,14x_2 + 0,06x_3 - 0,16x_4 + 1,27, \\ x_2 = 0,12x_1 + 0,32x_3 - 0,18x_4 - 0,78, \\ x_3 = 0,08x_1 - 0,12x_2 + 0,23x_3 + 0,32x_4 - 0,58, \\ x_4 = 0,25x_1 + 0,21x_2 + 0,19x_3 + 1,51; \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x_1 = 0,12x_1 - 0,23x_2 + 0,25x_3 - 0,16x_4 + 1,07, \\ x_2 = 0,14x_1 + 0,34x_2 - 0,18x_3 + 0,24x_4 - 0,89, \\ x_3 = 0,33x_1 + 0,03x_2 + 0,45x_3 - 0,37x_4 + 1,18, \\ x_4 = 0,12x_1 - 0,05x_2 + 0,12x_4 - 1,14; \end{cases}$$